***Тема урока:*** Применение производной к исследованию функции

***Цели урока:*** сформировать навыки исследования и построения графиков функции с помощью производной. Развивать алгоритмическое мышление, память. Воспитывать у учащихся требовательность к себе, критическое отношение к результатам своей работы, настойчивость в достижении цели.

***Тип урока:*** урок усвоения новых знаний.

***Структура урока***

1. Организационный момент
2. Сообщение темы, цели и задач урока
3. Актуализация опорных знаний учащихся
4. Первичное восприятие и осознание учащимися нового материала
5. Первичное применение приобретённых знаний
6. Подведение итогов урока
7. Сообщение домашнего задания

***Ход урока***

*ӏ Организационный момент:*

-приветствие учащихся;

- отметить отсутствующих на уроке;

- записать дату урока, классная работа в тетради.

*ӏӏ Сообщение темы, цели и задач урока.*

Учитель записывает на доске, а ученики в тетради: Применение производной при исследовании функции.

*Цель нашего урока:* научиться исследовать функцию и строить её график с использованием производной. Эта тема в дальнейшем упростит нахождение свойств функции и построение графиков функций.

*Задача урока:* научиться пользоваться алгоритмом исследования функции.

*ӏӏӏ Актуализация опорных знаний учащихся.*

(Фронтальный опрос учащихся).

Вопросы:

1. Что называется функцией?

Если каждому значению переменной Х из некоторого множества D соответствует единственное значение переменной У, то такое соответствие называется функцией. При этом Х называют независимой переменной, или аргументом, а У -зависимой переменой, или функцией.

1. Что называется областью определения и областью значения функции?

Множество всех значений, которые может принимать аргумент, называют областью определения данной функции и обозначают D. Множество значений, которые может принимать функция, называют областью значений и обозначают буквой Е.

1. Какая функция называется чётной (нечётной)?

Функция называется чётной (нечётной), если область её определения симметрична относительно числа 0 и для каждого значения Х из области определения f(-x)=f(x), (f(-x)=-f(x) ).

1. Какие точки называются критическими?

Внутренние точки области определения, в которых производная равна нулю или не существует, называют – критическими точками функции.

1. Дать определение, на каком промежутке функция возрастает, убывает, постоянная.

Если производная функции в каждой точке некоторого промежутка положительная, то функция на этом промежутке возрастает. Если производная функции в каждой точке некоторого промежутка отрицательная, то функция на этом промежутке убывает. Если производная функции в каждой точке промежутка тождественно равна нулю, то на этом промежутке функция постоянная.

1. Как можно определить промежутки возрастания и убывания функции f(x)?

ӏ способ: нужно решить неравенства f᾽(x)0 и f᾽(x)

ӏӏ способ: найти все критические точки функции, разбить ими область определения функции на промежутки, а потом исследовать, на каких из них функция возрастает, а на каких убывает.

1. Что называется точкой минимума (максимума) функции?

Точка х0 называется точкой минимума функции f(x), если для всех х (х≠х0) из некоторой окрестности точки х0 выполняется неравенство f(x0)f(x) (f(x0)f(x)).

1. Как, одним словом назвать точки максимума и минимума функции?

Точки экстремума.

1. Как определить точки экстремума?

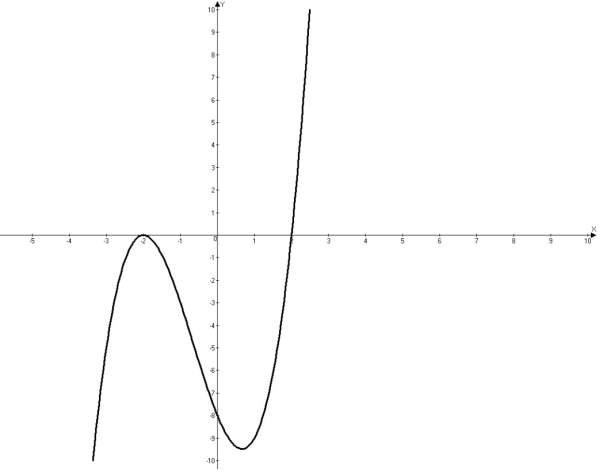
Точка х0, при переходе через которую в направлении роста аргумента производная меняет знак с «+» на «-» является точкой максимума, а точка при переходе через которую производная меняет знак с «-» ни «+»-точкой минимума.

*ӏv Восприятие и первичное осознание учащимися нового материала.*

Итак, теперь переходим к изучению новой темы.

Исследовать функцию – это значит установить её свойства: указать D(f), E(f), промежутки возрастания и убывания, промежутки на которых функция принимает положительные значения, на которых принимает отрицательные, выяснить, не является ли данная функция чётной или нечётной и т.д.

На слайде представлен график функции



1. D(f)=(-∞;+∞)
2. Функция ни чётная и ни нечётная
3. Нули функции: (-2;0) и (2;0)- с осью ОХ, (0;-8)-с осью ОУ
4. Функция возрастает на (-∞;-2] и [1;+∞), и убывает на [-2;1]
5. Точки экстремума Xmax =-2, Xmin=1. Экстремумы функции Ymax=0, Ymin=9,5

Учитель продолжает объяснять новую тему: в данном случае, если нам известен график функции, то перечислить все свойства этой функции не составит труда.

Решим обратную задачу: по известному аналитическому заданию функции перечислим все её свойства.

Пусть функция задана в виде y=f(x), тогда необходимо выполнить исследование функции по следующей схеме (схема перед глазами учащихся на слайде презентации):

1. Найти область определения функции
2. Исследовать функцию на чётность, нечётность и периодичность
3. Найти нули функции (точки пересечения графика функции с осями координат)
4. Исследовать функцию на монотонность (найти промежутки возрастания и убывания функции)
5. Найти точки экстремума и экстремальные значения функции
6. Найти дополнительные точки (если нужно)
7. Построить график функции

Учитель на доске показывает образец выполнения задания. (Учащиеся активно берут участие в исследовании функции и записывают решение в тетради).

Исследовать функцию и построить её график f(x)=x3-3x2+2

1. D(f)=(-∞:+∞)
2. fhttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.png(-x)=(-x)3-3(-x)2+2=-x3-3x2+2 f(-x)≠f(x);

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngf(-x)≠-f(x) функция ни чётная и ни нечётная

1. Нули функции:

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngа) с осью ОХ: у=0 x3-3x2+2=0;

х3-х2-2х2+2=0;

(х3-х2)-2(х2-1)=0;

х2(х-1)-2(х-1)(х+1)=0;

(х-1)(х2-2х-2)=0;

х-1=0 или х2-2х-2=0;

х1=1 D=(-2)2-4\*1\*(-2)=4+8=12;

х2= https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_5.png=1+https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_6.png, х3= https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_7.png=1-https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_6.png;

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngА(1;0), В(1+https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_6.png;0), С(1-https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_6.png;0).

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pnghttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngб) с осью ОУ: х=0 f(х)=03-2\*02+2=2 D(0;2)

4. Монотонность функции

f᾽(x)=3х2-6х;

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngf᾽(x)=0 3х2-6х=0;

3х(х-2)=0;

3х=0 или х-2=0;

х1=0; х2=2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | (-∞;0) | 0 | (0;2) | 2 | (2;+∞) |
| f᾽(x) | + | 0 | - | 0 | + |
| f(х) | https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_15.png | 2 | https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_16.png | -2 | https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_17.png |
|  |  | max |  | min |  |

f᾽(-1)=3\*(-1)2-6\*(-1)=3+6=9, 90

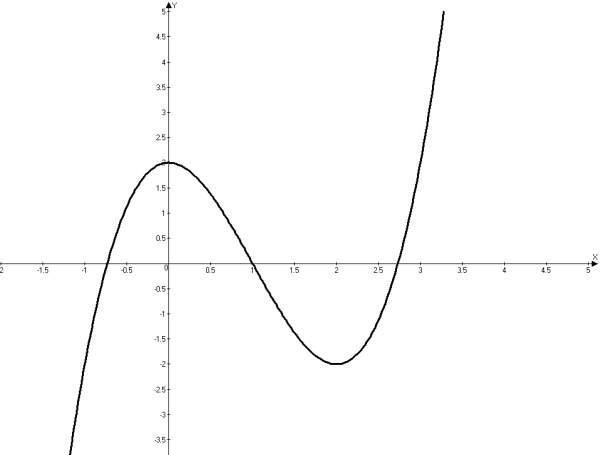
f᾽(1)=3\*12-6\*1=3-6=-3, -3

f᾽(3)=3\*32-6\*3=27-18=9, 90

1. Точки экстремума. Экстремальные значения функции.

xhttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pnghttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngmax=0 ymax=03-3\*02+2=2 E(0;2)

xhttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pnghttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngmin=2 ymin=23-3\*22+2=8-12+2=-2 F(2;-2)



*v Первичное применение приобретённых знаний*

Ученики заранее поделены на пять групп, каждая из которых получает карточку с заданием. В каждой группе назначается ответственный за выполнение задания и ходом его решения. Как только в группе будет найден ответ на первый пункт схемы исследования своей функции, сразу один из учеников выходит к доске и записывает его и так далее до конца (в ходе выполнения задания все учащиеся группы выйдут к доске минимум один раз). Каждой группе выдан ватман и маркер, на котором ученики строят график своей функции с целью экономии времени и места на доске, так как одновременно все пять групп записывают исследование своей функции на заранее разделенной на пять частей доске.

***Задание группы №1***

Исследовать функцию и построить её график f(x)=x3-2х2

1. D(f)=(-∞:+∞)
2. fhttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.png(-x)=(-x)3-2(-x)2=-x3-2x2 =-(х3+2х2) f(-x)≠f(x);

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngf(-x)≠-f(x) функция ни чётная и ни нечётная

1. Нули функции:

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngа) с осью ОХ: у=0 x3-2x2=0;

х2(х-2)=0;

х2=0 или х-2=0;

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngх1=0, Х2=2 А(0;0), В(2;0)

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pnghttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngб) с осью ОУ: х=0 f(х)=03-2\*02=0 А(0;0)

4. Монотонность функции

f᾽(x)=3х2-4х;

https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngf᾽(x)=0 3х2-4х=0;

х(3х-4)=0;

х1=0, 3х-4=0

х2=1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | (-∞;0) | 0 | (0;1) | 1 | (1;+∞) |
| f᾽(x) | + | 0 | - | 0 | + |
| f(х) | https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_15.png | 0 | https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_16.png | -1 | https://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_17.png |
|  |  | max |  | min |  |

f᾽(-1)=3\*(-1)2-4\*(-1)=3+4=7, 70

f᾽(1)=3\*12-4\*1=3-4=-1, -1

f᾽(2)=3\*22-4\*2=12-8=4, 40

1. Точки экстремума. Экстремальные значения функции.

xhttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pnghttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngmax=0 ymax=03-2\*02=0 С(0;0)

xhttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pnghttps://fsd.videouroki.net/html/2017/10/21/v_59eb6985818a2/99696847_2.pngmin= ymin=(3-2\*()2=8-12+2=- =-1 D(2;-2)

*vӏ Подведение итогов урока.*

Учитель выставляет оценки за роботу на уроке

Учащиеся повторяют алгоритм исследования функции.

*vӏӏ Сообщение домашнего задания.*