**Шар и сфера, их сечения**

Напомним, что **шаром** называется тело, состоящее из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не большем заданного от некоторой данной точки. Эта точка – **центр** шара, а заданное расстояние – **радиус** шара.

Шар так же, как цилиндр и конус, является телом вращения. Он получается в результате вращения полукруга вокруг его диаметра.



Поверхность, образуемая при этом вращении полуокружности, называется **сферой**. Можно сказать, что сфера – это как бы оболочка, или граница, шара. Как окружность есть граница круга, так и сфера – это граница шара.

Назовём элементы сферы и шара.

**Радиус** сферы – это отрезок, соединяющий центр сферы и любую её точку.

**Хорда** сферы – отрезок, соединяющий две точки сферы.

**Диаметр** сферы – хорда сферы, проходящая через её центр.

Радиус, хорда, диаметр шара – это радиус, хорда, диаметр его сферы.



Любое сечение шара плоскостью есть круг. Центром этого круга является основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

Плоскость, которая проходит через центр шара, называется **диаметральной плоскостью**. Сечение ею шара – **большим кругом**, а сечение сферы – **большой окружностью**.

Любая диаметральная плоскость шара является его **плоскостью симметрии**. Центр шара является его **центром симметрии**.



Плоскость, проходящая через точку *А* сферы и перпендикулярно радиусу, проведённому в эту точку, называется **касательной плоскостью**. Точка *А* называется **точкой касания**.

**Свойство касательной плоскости к сфере**: радиус сферы, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной плоскости.

**Признак касательной плоскости к сфере**: плоскость, перпендикулярная радиусу сферы в конечной его точке на сфере, является касательной к сфере.

Касательная плоскость пересекается с шаром в единственной точке – в точке касания.



**Касательной прямой** к сфере (шару) называется прямая, имеющая со сферой единственную общую точку.



Отрезки касательных к сфере, проведённые из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр сферы.



Линией пересечения двух сфер является окружность.

**Площадь сферы** радиуса : .

**Объём шара** радиуса : .

**Шаровым сегментом** называется часть шара, отсекаемая от него плоскостью. **Площадь боковой поверхности шарового сегмента:**

 .

**Объём шарового сегмента:**

,

где  – радиус шара,  – высота шарового сегмента.



**Шаровым сектором** называется тело, которое получается из шарового сегмента и конуса, основанием которого является сечение плоскостью данного шара.

**Площадь боковой поверхности шарового сектора:**

 .

**Объём шарового сектора**:

,

где  – радиус шара,  – высота сегмента.



Шар называется **вписанным в многогранник**, а многогранник – **описанным около шара**, если поверхность шара касается всех граней многогранника.



Шар называется **описанным около многогранника**, а многогранник – **вписанным в шар**, если поверхность шара проходит через все вершины многогранника.



Шар называется **вписанным в цилиндр**, а цилиндр – **описанным около шара**, если поверхность шара касается оснований цилиндра и всех образующих.



Шар называется **описанным около цилиндра**, если окружности оснований цилиндра принадлежат поверхности шара.



Шар называется **вписанным в конус** **(усечённый конус)**, а конус (усечённый конус) – **описанным около шара**, если поверхность шара касается основания (оснований) конуса и всех образующих.



Шар называется **описанным около конуса (усечённого конуса)**, если окружность основания и вершина (окружности оснований) конуса принадлежат поверхности шара.



Если боковые грани пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания, то в такую пирамиду можно **вписать** шар.



Около пирамиды можно описать шар тогда и только тогда, когда около её основания можно описать окружность.



Если боковые рёбра пирамиды равны между собой (или одинаково наклонены к плоскости основания), то около такой пирамиды можно описать шар.



В призму можно **вписать** шар тогда и только тогда, когда в перпендикулярное сечение этой призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру окружности, вписанной в это перпендикулярное сечение.



**Описать** шар около призмы можно тогда и только тогда, когда призма прямая и около её основания можно описать окружность.



Основные моменты мы с вами повторили, а теперь давайте перейдём к практической части занятия.

Задача первая. Радиус шара увеличили в  раза. Во сколько раз увеличился объём шара?

Решение.



Задача вторая. Объём шара равен  см3. Найдите диаметр шара.

Решение.



Задача третья. Шар пересечен плоскостью. Площадь сечения равна  см2. Расстояние от центра шара до плоскости сечения равно  см. Найдите площадь поверхности шара.

Решение.





Задача четвёртая. В конус с радиусом основания, равным  см, и высотой, равной  см, вписан шар. Найдите отношение площади боковой поверхности конуса к площади поверхности шара.

Решение.









Задача пятая. Найдите объём шарового сектора, если радиус окружности его основания равен  см, а радиус шара –  см.

Решение.

