**Цилиндр. Площади поверхностей. Объём**

**Цилиндр** – это тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг прямой, проходящей через одну из его сторон.

Назовём элементы цилиндра.

**Основания цилиндра** – два равных круга радиуса .

Отрезок, соединяющий окружности оснований и перпендикулярный основаниям, называется **образующей** цилиндра и обозначается . Все образующие цилиндра параллельны и равны.

**Осью**цилиндра называется прямая, проходящая через центры оснований. Она параллельна образующим.

**Высот**а цилиндра  – перпендикуляр, опущенный из любой точки одного основания на другое, или другими словами, это расстояние между плоскостями оснований цилиндра. Образующая цилиндра равна его высоте.

**Радиусом** цилиндра называется радиус его основания.



Цилиндр называется **равносторонни**м, если его высота равна диаметру основания.



**Осевым сечением** цилиндра называется сечение цилиндра плоскостью, проходящей через его ось. **Осевое сечение цилиндра** – прямоугольник, две стороны которого есть образующие цилиндра, а две другие – диаметры его оснований.

Сечение, параллельное оси цилиндра, является **прямоугольником**.

Сечение, перпендикулярное оси цилиндра, является кругом, равным основаниям цилиндра.



**Боковая поверхность** цилиндра может быть развёрнута в прямоугольник со сторонами, одна из которых равна длине окружности основания, другая – высоте цилиндра.

**Площадь боковой поверхности** цилиндра можно вычислить по следующим формулам:

, , ,

где  – длина окружности основания,  – высота цилиндра,  – радиус основания,  – образующая.

**Площадь полной поверхности** цилиндра равна сумме площади боковой поверхности цилиндра и двух площадей его оснований.

Тогда площадь полной поверхности цилиндра можно вычислить по формуле:

,

где  – радиус оснований цилиндра,  – его высота.

**Объём** цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

Тогда его можно вычислить по формуле:

,

где  – радиус оснований цилиндра,  – его высота.



Основные моменты мы с вами повторили, а теперь давайте перейдём к практической части занятия.

Задача первая. Радиус основания цилиндра равен  см, высота цилиндра равна диаметру его основания. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Решение.



Задача третья. Призма со сторонами основания  см и  см и диагональю  см вписана в цилиндр. Найдите объём и площадь полной поверхности цилиндра.

Решение.





Задача четвёртая. Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу . Диагональ полученного сечения равна  и удалена от оси цилиндра на расстояние . Найдите объём цилиндра.

Решение.





Задача пятая. В цилиндрический сосуд налили  см3 воды. Уровень жидкости оказался равным  см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на  см. Найдите, чему равен объём детали. Ответ выразите в см3.

Решение.





### Конус. Площади поверхностей. Объём

Конус – это тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг прямой, проходящей через один из его катетов.

Назовём элементы конуса.

**Осью** конуса называется прямая вращения.

**Основание** конуса – круг радиуса , который равен катету треугольника вращения.

**Радиу**с конуса  – это радиус его основания.

**Вершина** конуса – неподвижная вершина треугольника вращения.

**Образующая** конуса  – отрезок, соединяющий вершину конуса с любой точкой окружности основания. Все образующие конуса равны между собой.

**Высота** конуса  – перпендикуляр, опущенный из вершины конуса на плоскость его основания. Высота конуса совпадает с неподвижным катетом треугольника вращения.



В конусе радиус основания , высота  и образующая  связаны следующим соотношением:

.



Сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину, представляет собой равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны являются образующими конуса.

**Осевым сечением** конуса называется сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось.

**Осевое сечение** конуса – равнобедренный треугольник, боковые стороны которого – образующие, а основание – диаметр основания конуса.



**Боковую поверхность конуса**, как и боковую поверхность цилиндра, можно развернуть на плоскость, разрезав её по одной из образующих. Развёрткой боковой поверхности конуса является круговой сектор.



Обратите внимание, радиус сектора равен образующей  конуса, а длина дуги сектора равна длине окружности основания конуса.

**Площадь боковой поверхности** конуса можно вычислить по следующим формулам:

, , ,

где  – длина окружности основания,  – радиус основания,  – образующая.

Площадь полной поверхности конуса равна сумме площади боковой поверхности конуса и площади его основания.

Тогда **площадь полной поверхности** конуса можно вычислить по формуле^

 ,

где  – радиус основания конуса,  – его образующая.

**Объём** конуса равен одной третьей произведения площади основания на высоту.

Тогда его можно вычислить по формуле:

,

где  – радиус основания конуса,  – его высота.

Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, пересекает конус по кругу, а боковую поверхность – по окружности с центром на оси конуса. Эта плоскость разбивает конус на две части. Одна из частей (верхняя) представляет собой конус, а вторая (нижняя) называется **усечённым конусом**.



**Усечённым конусом** называется часть конуса, ограниченная его основанием и сечением, параллельным плоскости основания. Усечённый конус имеет**ось**, **высоту** , **радиусы** оснований  и , **образующую** . Осевое сечение усечённого конуса – равнобедренная трапеция.



Площадь боковой поверхности усечённого конуса и объём усечённого конуса равен разности площадей боковых поверхностей и объёмов полного конуса и отсечённого.

, 

**Площадь боковой поверхности усечённого конуса** можно найти по следующим формулам:

  , 

**Объём усечённого конуса** можно вычислить по следующим формулам:

 ,

где  и  – площади оснований,  – высота усечённого конуса;

или ,

где  – высота усечённого конуса,  и  – радиусы верхнего и нижнего оснований.

Основные моменты мы с вами повторили, а теперь давайте перейдём к практической части занятия.

Задача первая. Радиус основания конуса равен  см, высота конуса равна  см. Найдите площадь боковой поверхности и объём конуса.

Решение.



Задача вторая. В конус вписана правильная треугольная пирамида с площадью основания  см2 и углом наклона бокового ребра к основанию, равным . Найдите объём и площадь полной поверхности конуса.

Решение.









Задача четвёртая. Длины радиусов оснований и образующей усечённого конуса равны соответственно  см,  см и  см. Вычислите его высоту.

Решение.

