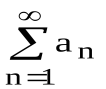
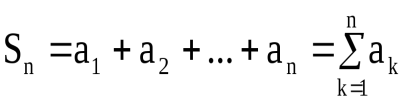
1. Числовые ряды. Сходимость и сумма рядов. Необходимый признак сходимости.

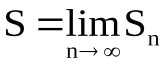
**Свойства сходящихся рядов**

**Определение.***Выражение вида или, подробнее,https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-i9uKtV.png*(1)

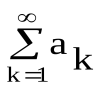
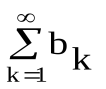
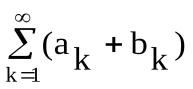
*называется****числовым рядом****, а числа https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-GYVIpf.pngназываются его****членами.***

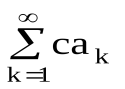
Для определенности будем считать https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-CzoWV4.pngпервым членом ряда, хотя ряд может начинаться и с любого другого члена. Сумма первыхhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-xHE74m.pngслагаемых ряда (1) называется его***частичной суммой***, она обозначается черезhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-lUw3DA.png. При этомhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-KYdNx3.png,https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-8Lh6pp.png,https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-c2fJ1o.png,...

.

**Определение.***Если существует конечный предел частичных сумм ряда*(1)*при https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-kgFufM.png, то это число называется****суммой ряда https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-uOYxVr.png,****а ряд в этом случае называется****сходящимся****:*. Если предел частичных сумм не существует (например, равенhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-aN8Nff.png),то ряд называется***расходящимся***. У расходящегося ряда сумма не определена.

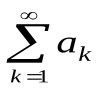
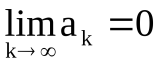
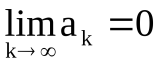
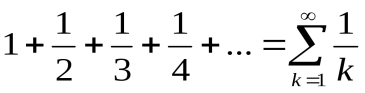
Рассмотрим теперь простейшие ***свойства рядов*.**

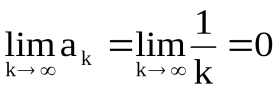
*1) Пусть числовые ряды*и*сходятся, и имеют суммы соответственноhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-d8eMqP.pngиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-TGUptp.png, тогда рядтакже сходится и его сумма равна*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-kXrFZf.png.

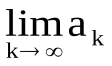
2) Если ряд (1) сходится, число https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-vBaQa0.png, то ряд(1/) также сходится и его сумма равна*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-3hMBl8.png. Если ряд*(1)*расходится и https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-uG4Mr4.png, то расходится и ряд*(1/).

3) *Если в ряде*(1)*изменить, добавить или отбросить****конечное****число членов, то сходимость этого ряда не изменится, т.е. если ряд*(1)*сходился, то новый ряд также сходится, а если ряд*(1)*расходился, то новый ряд расходится.*

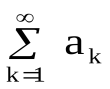
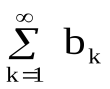
Изменив конечное число членов сходящегося ряда, можно изменить его сумму, но сходимость ряда при этом не нарушится.

**Теорема 1.*(Необходимый признак сходимости)****. Если рядсходится, то предел его членов приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-InQURS.pngравенhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-UxMgR_.png:*. Условиеявляется*необходимым условием*сходимости ряда. Об этом свидетельствует пример***гармонического ряда***. Этот ряд является расходящимся, хотя у него

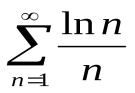
.

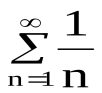
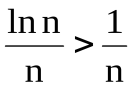
**Следствие(Достаточное условие расходимости).**Еслине равен нулю, то ряд (1) расходится.

2. Достаточные признаки сходимости для рядов с положительными членами

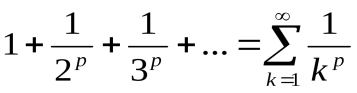
Пусть имеются два ряда (1) и(2) с положительными членамиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-64hORg.png, удовлетворяющими неравенствуhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-7SRkoo.pngдля всех, за исключением, быть может, конечного числа членов рядов.

**Теорема 2(Первый признак сравнения).**Е*сли ряд*(2)*сходится, то ряд*(1)*также сходится, если же ряд*(1)*расходится, то ряд*(2)*также расходится.*

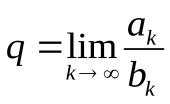
**Пример.**Исследуем сходимость ряда.

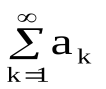
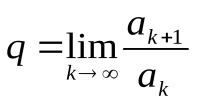
Для сравнения используем расходящийся гармонический ряд . Приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-rEpmMY.pnghttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-aA57m7.pngи, поэтому, согласно первому признаку сравнения, исследуемый ряд расходится.

Для сравнения обычно используют такие известные ряды как геометрическая прогрессия или ряд Дирихле.

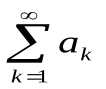
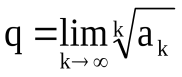
***Рядом Дирихле***называется числовой ряд вида.

Ряд Дирихле при https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-6HeVyA.pngсходится, а приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-YPk_1X.pngрасходится. Приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-LbQNkE.pngон превращается в гармонический ряд.

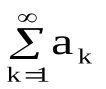
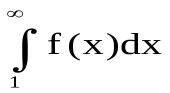
**Теорема 3 (Предельный признак сравнения).**Пусть ряды (1) и (2) с положительными членами таковы, что существует конечный ненулевой предел,https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-8ERtlh.png. Тогда ряды (1) и (2) сходятся или расходятся одновременно.

**Теорема 4 (*Признак Даламбера*).**Пусть у ряда, гдеhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-FP1Yf1.pngсуществует предел отношений, тогда: а) еслиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-Q0htd6.png, то этот ряд сходится, в) еслиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-AoPynR.pngилиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-lZMQKI.pngэтот ряд расходится. Приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-4gVe49.pngданный признак не применим.

Признак Даламбера удобно применять в тех случаях, когда выражения для членов https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-TmnIKz.pngсодержат факториалы и показательные, относительноhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-zCfOw0.png, функции.

**Теорема 5 (*Радикальный признак Коши*).***Пусть в ряде , гдеhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-IyuOHy.png, существует предел. Тогда:*а) е*сли https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-NyKvyC.png, то этот ряд сходится,*в) е*сли https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-hEmjpz.pngилиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-mBDKya.png,то этот ряд расходится.*Приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-qbd_GW.png, признак Коши не применим.

**Теорема 6 (*Интегральный признак Коши*).**

*Пусть имеется ряд*(1)*и несобственный интеграл*, (3)*такие, что выполняются следующие условия:*а) д*ля целых*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-PAQqnC.png:https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-OXpfCW.png; б) ф*ункция https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-Iqv3Cw.pngнепрерывна, неотрицательна и не возрастает на промежутке*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-Pi_Nv3.png.

*Тогда ряд*(1)*и интеграл*(3)*сходятся или расходятся одновременно.*

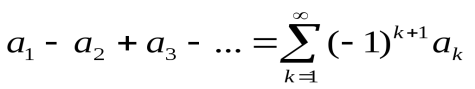
Интегральный признак следует применять в тех случаях, когда возможно интегрирование функции https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-_3SkHB.png.

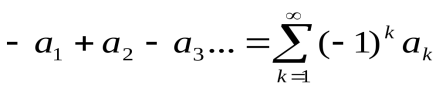
# 3. Знакопеременные ряды. Признак сходимости Лейбница

**Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов**

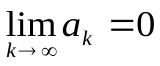
Рассмотрим теперь числовые ряды, имеющие члены любого знака.

**Определение. *Знакочередующимся рядом****называется числовой ряд вида*

(4)

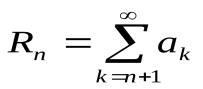
*или , гдеhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-iu84uU.pngдля*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-Ao0_qW.png.

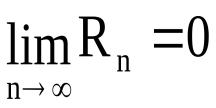
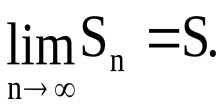
Для исследования сходимости таких рядов используется следующий признак.

**Теорема 7 (*Признак Лейбница*).***Пусть знакочередующийся ряд*(4)*удовлетворяет двум условиям:*а), б) ч*лены ряда по модулю убывают, т.е.*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-bgV9FX.png, дляhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-cvoARW.png. Тогда этот ряд сходится и его суммаhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-59_mL6.pngудовлетворяет неравенствуhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-WssWjw.png.

Случай, когда первый член ряда отрицателен, рассматривается аналогично.

**Определение. n**-ым остатком сходящего ряда (1) называется разность между его суммойSи частичной суммойhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-Ppmo5u.png: https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-JfnCkn.png(5)

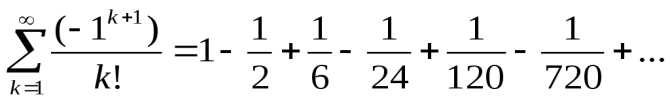
Этот остаток есть сумма членов ряда, начиная с https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-J3Md_I.pngго.

Из (5) следует, что остаток можно определить только для сходящегося ряда, и что , т.к.

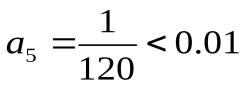
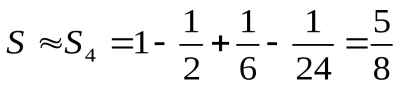
**Следствие.***Остаток знакочередующегося ряда, удовлетворяющего условиям признака Лейбница, по модулю не превосходит модуля своего первого члена, т.е.*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-fPStI5.png

Этот факт позволяет наиболее просто определять количество слагаемых ряда для приближенного вычисления его суммы. В случае, если ряд не удовлетворяет условиям теоремы Лейбница, эта оценка обычно более трудоемка.

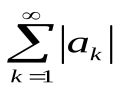
**Пример.**Вычислить с погрешностью, не превосходящейhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-S5GYKF.pngсумму ряда



Очевидно, что ряд удовлетворяет условиям теоремы Лейбница. Поскольку у этого ряда

, тоhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-ygajnG.png. Отбросив этот остаток из суммы ряда,получим с требуемой точностью сумму ряда.

***Абсолютная и условная сходимость рядов***.

Пусть имеется произвольный числовой ряд (1) и ряд, составленный из абсолютных величин его членов, (6)

**Определение.***Ряд*(1)*называется****абсолютно сходящимся,****если сходится ряд*(6).*Если ряд*(1)*сходится, а*(6)*расходится, то ряд*(1)*называется****условно сходящимся****.*

Осн. лит.:[2] Глава 9. стр.376-403, [5] Глава 11. стр.636-653.

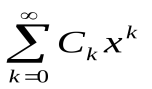
**Контрольные вопросы.**

* + - 1. Дайте определение сходимости числового ряда.
      2. В чем заключается необходимый признак сходимости числового ряда?
      3. Какие достаточные признаки сходимости вы знаете?
      4. Каковы условия признака Лейбница? К каким рядам применяется признак Лейбница?
      5. Дайте определение абсолютной и условной сходимости.

**Лекция № 12. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости.**

**Ряды Тейлора и Фурье**

Степенные ряды,т.е. ряды, члены которых есть степенные функции, являются одним из основных примеров функциональных рядов.

**Определение.**Ряд вида(1)

называется***степенным рядом****,*а*числа https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-LnjOnM.pngназываются его****коэффициентами****.*

Степенной ряд всегда сходится при https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-aLJMi2.png. Следующая теорема описывает его область сходимости.

**Теорема (*Теорема Абеля*).**

а) *Если степенной ряд*(1)*сходится в точке https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-Qddv_k.png(https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-REP0yy.png), то он сходится для всех https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-0W2HUR.pngиз интервалаhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-f2FRo9.png*(рис.1,а).

б) *Если степенной ряд расходится в точке https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-aHRJaX.png, то он расходится для всехhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-LuxsCQ.png, удовлетворяющих неравенству*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-NShoMy.png(рис.1,б).

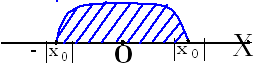


Рис. 1,а.

https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-gyXGmh.png

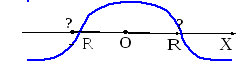
Рис.1,б

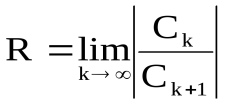
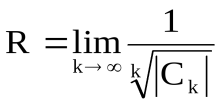
**Определение.***Наибольшее значение https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-9yIhaT.pngтакое, что в интервалеhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-xZwhPK.pngстепенной ряд*(1)*сходится, называется****радиусом сходимости****этого ряда (обозначается через https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-yImRvd.png), а интервал https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-_fRm55.pngназывается его****интервалом сходимости.***

Из теоремы Абеля следует,что в интервалеhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-TeE4kf.pngряд (1) сходится,а в интервалахhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-l59kY9.pngиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-Au1hoZ.pngон расходится (рис.2). Сходимость ряда в точкеhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-K97Aea.pngисследуется дополнительно. Если ряд сходится только в точкеhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-NpiKR2.png,тоhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-R38Xw3.pngсчитается равнымhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-SmeVX3.png,а если он сходится для всехhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-rpLz5E.png, тоhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-0jqmSc.pngсчитается равнымhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-50TAoZ.png.

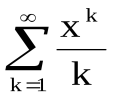
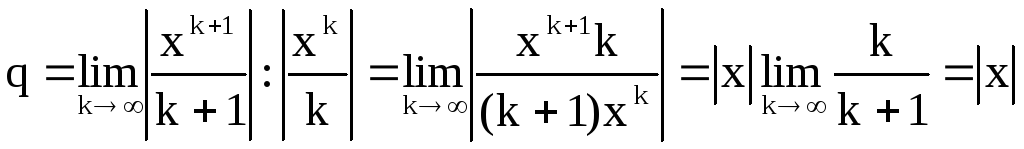
сходится

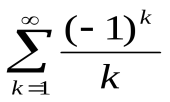
расходится расходится

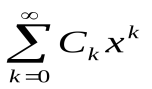
Рис.2.

Для определения радиуса сходимости https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-IrIevO.pngимеются следующие формулы,получаемые из признаков Даламбера и Коши.(2) ,(3)

Однако проще находить интервал сходимости путем непосредственного применения признаков Даламбера или Коши к абсолютным величинам членов ряда (1).

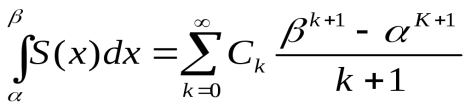
**Пример.**Найти область сходимости ряда. Исследуя на абсолютную сходимость этого ряда с помощью признака Даламбера,получим.

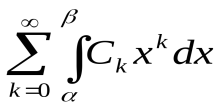
Отсюда получаем,что приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-pAlaCj.png, т.е. в интервале (−1,1) этот ряд сходится,а приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-y79vrT.png, т.е. в интервалахhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-Sdl7ix.pngиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-rWgMNm.pngон расходится. Поэтому радиус сходимости рядаhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-X_5vdg.pngи интервал сходимости есть (−1,1). Исследуем сходимость на концах этого интервала. Подставивhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-NpawcK.pngв ряд, получим числовой ряд, который является расходящимся гармоническим рядом. Подставивhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-jkplAo.png, получим знакочередующийся ряд. Согласно признаку Лейбница этот ряд сходится. Окончательно получаем, что область сходимости исследуемого ряда естьhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-D6X2so.png

**Теорема.***Пусть отрезок https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-r25SL5.pngлежит в интервале сходимостиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-4RGgLH.pngстепенного ряда, тогда вhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-HsaELW.pngэтот ряд сходится абсолютно и равномерно.*

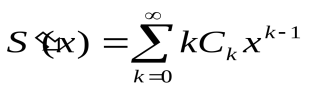
***Свойства степенных рядов.***

*1) Сумма степенного ряда*(1)*https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-BjD8r2.pngнепрерывна в интервале сходимостиhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-ByzFly.png.*

*2) Пусть https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-h4xeYc.png−сумма степенного ряда*(1*) и отрезок https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-1zBkHV.png лежит в интервале сходимости https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-rBrNXE.png, тогда*.

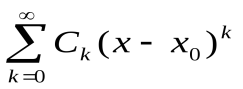
Здесь в правой части равенства стоит сумма интегралов членов ряда (1) .

3) *Производная суммы https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-j4He9P.pngстепенного ряда*(1)*в интервале сходимости https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-xtLg4T.pngравна сумме степенного ряда, составленного из производных членов ряда*(1),*т.е.*

.

Ряд из производных ряда (1) имеет тот же интервал сходимости https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-c3z1wN.png.

4) *Сумма степенного ряда*(1)*в интервале https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-tPkbFa.pngбесконечно дифференцируема.*

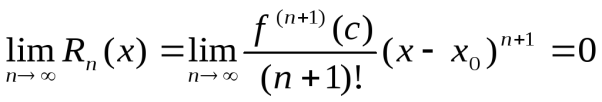
**Определение.***Функциональный ряд *(4)

*называется****смещенным степенным рядом****с центром в https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-tiawu2.png.*

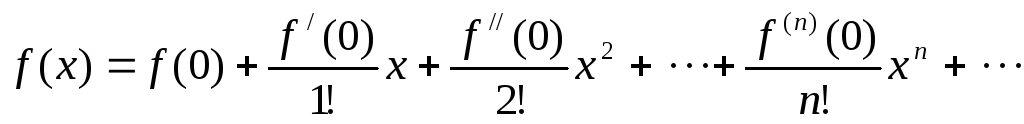
Если обозначить https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-S8qo43.pngчерезhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-ddQ2pP.png, то смещенный степенной ряд превращается в степенной ряд вида (1). Поэтому ряд (4) имеет интервал сходимости видаhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-9c9r0t.pngи в этом интервале обладает всеми свойствами степенных рядов.

**Ряд Тейлора.**Всякая функция, бесконечно дифференцируемая в интервалеhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-v7791w.png, может быть разложена в этом интервале в сходящийся к ней степенной*ряд Тейлора*

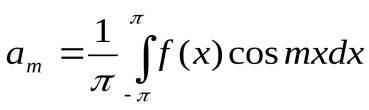
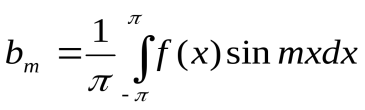
,

если в этом интервале выполняется условие ,

где https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-kgEFY4.png– остаточный член формулы Тейлора (или остаток ряда),https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-SYJP7K.png,https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-lAnKQ8.png. При*х0=*0 получается**ряд Маклорена**:

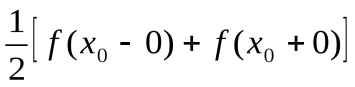
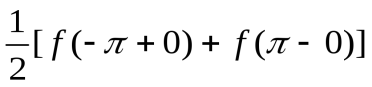


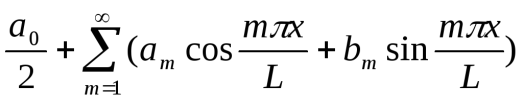
**Ряд Фурье.***Рядом Фурье*периодической функции*f(x)*cпериодом 2π, определенной на сегменте [–π, π], называется ряд(5)

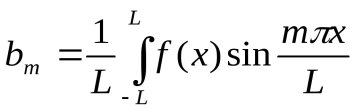
где (*m*=0,1,2,…),(*m*=1,2,…).

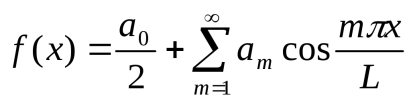
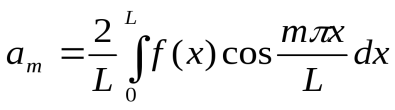
Если ряд (5) сходится, то его сумма *S(x)*есть периодическая функция с периодом 2π, т.е.*S(x+2π=S(x)*.

**Теорема Дирихле.***Пусть функция f(x) на сегменте*[–π, π ]*имеет конечное число экстремумов и является непрерывной за исключением конечного числа точек разрыва 1-го рода (условия Дирихле). Тогда ряд Фурье этой функции сходится в каждой точке сегмента*[–π, π ]*и сумма S(x) этого ряда:*

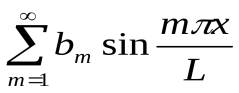
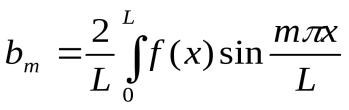
1. *S(x)= f(x) во всех точках непрерывности функции f(x), лежащих внутри сегмента*[–π, π ];
2. *S(x0)=, где х0 – точка разрыва 1-го рода функции f(x);*
3. *S(x)=на концах промежутка, т.е. приhttps://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-ujL2I5.png.*Если функция*f(x)*задана на сегменте [–L, L], где L – произвольное число, то при выполнении на этом сегменте условий Дирихле указанная функция может быть представлена в виде суммы ряда Фурье



где ,. В случае, когда*f(x)*– четная функция, ее ряд Фурье содержит только свободный член и косинусы, т.е.

, где.

В случае, когда *f(x)*– нечетная функция, ее ряд Фурье содержит только синусы, т.е.

*f(x)=*, где.

Если функция *f(x)*задана на сегменте [0,L], то для разложения в ряд Фурье достаточно доопределить ее на сегменте [–L, 0] произвольным способом, а затем разложить в ряд Фурье, считая ее заданной на сегменте [–L, L]. Наиболее целесообразно функцию доопределить так, чтобы ее значения в точках сегмента [–L, 0] находились из условия*f(x)=f(–x)*или*f(x)= – f(–x)*. В первом случае функция*f(x)*на сегменте [–L, L будет четной, а во втором – нечетной. При этом коэффициенты разложения такой функции (*аm*в первом случае*bm –*во втором) можно определить по вышеприведенным формулам для коэффициентов четных и нечетных функций.

Осн. лит.:[2] Глава 9. стр.406-420; [5] Глава 11. стр. 658-694

**Контрольные вопросы.**

1. Как определяется интервал сходимости степенного ряда?

2. Сформулируйте теорему Абеля.

3. Дайте определение ряда Тейлора.

4. Дайте определение ряда Маклорена.

5. Разложите функцию https://studfile.net/html/2706/393/html_qHrGreS1j_.w4UD/img-mh5TLY.pngв ряд Маклорена